Didactische bijlage – M*e*NS 85

Ook deze keer biedt M*e*NS aan alle leerkrachten wat materiaal aan om in de klas rond het thema van dit dossier te werken. Concreet gaat het in dit nummer over het volgende materiaal :

- een kruiswoordraadsel rond de woordenschat in dit dossier;
- suggesties om zelf op onderzoek te gaan;
- en een uitsmijter bij het nummer, over wiskundige patronen in de natuur.

Eindtermen

De thema's in MeNS 85 en de bijbehorende opgaven voor didactisch gebruik dragen bij tot volgende specifieke eindtermen voor wetenschappen voor de derde graad ASO (cfr. http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/secundair-onderwijs/specifieke-eindtermen-aso/-/wetenschappen/specifieke-eindtermen.htm):

A. Structuren

De leerlingen kunnen op verschillende schaalniveaus

- structuren classificeren en beschrijven op basis van samenstelling, eigenschappen en functies;
- structuren met behulp van een model of schema voorstellen en hiermee eigenschappen verklaren;
- relaties leggen tussen structuren;

B. Interacties

De leerlingen kunnen op verschillende schaalniveaus

- processen waarbij energie wordt getransformeerd of getransporteerd beschrijven en herkennen in voorbeelden;
- vorming, stabiliteit en transformatie van structuren beschrijven, verklaren, voorspellen en met eenvoudige hulpmiddelen experimenteel onderzoeken;

F. Natuurwetenschap en maatschappij

De leerlingen kunnen

- met voorbeelden illustreren dat de evolutie van de natuurwetenschappen gekenmerkt wordt door perioden van cumulatieve groei en van revolutionaire veranderingen;
- natuurwetenschappelijke kennis vergelijken met andere visies op kennis;
- de relatie tussen natuurwetenschappelijke ontwikkelingen en technische toepassingen illustreren;
- effecten van natuurwetenschap op de samenleving illustreren, en omgekeerd.

G. Onderzoekscompetentie

De leerlingen kunnen

- zich oriënteren op een onderzoeksprobleem door gericht informatie te verzamelen, te ordenen en te bewerken;
- een onderzoeksopdracht met een wetenschappelijke component voorbereiden, uitvoeren en evalueren;
- de onderzoeksresultaten en conclusies rapporteren en ze confronteren met andere standpunten.

Bij de gemeenschappelijke eindtermen van het ASO voor wetenschappen draagt dit dossier, eventueel aangevuld met de bijbehorende opdrachten, bij tot volgende gemeenschappelijke eindtermen voor wetenschappen: 9, 10, 11, 14, 15, 16, 18, 19, 22, 24, 28.

Bij de vakgebonden eindtermen biologie draagt dit dossier bij tot eindtermen B2, B3, B4, B5, en B9.

Bij de eindtermen rond technisch-technologische opvoeding in het ASO draagt dit dossier bij tot eindtermen 1, 3, 4, 6, 8.

(Cfr http://www.ond.vlaanderen.be/curriculum/secundair-onderwijs/derde-graad/aso/vakgebonden/natuurwetenschappen/eindtermen.htm)

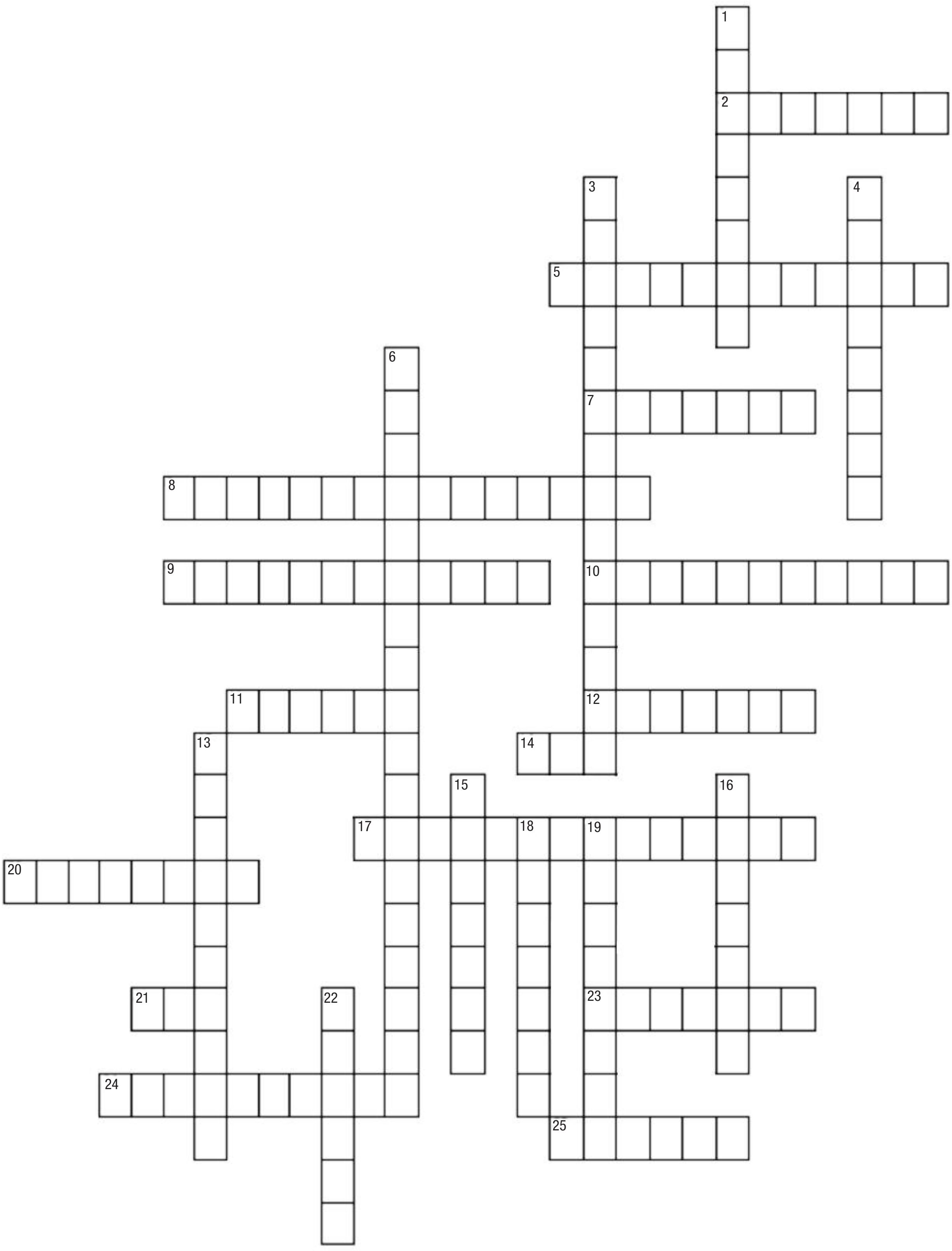
Kruiswoordraadsel

Horizontaal

2. kristalvorm van titaandioxide
5. plant, inspiratiebron voor de velcroband
7. vrouwelijk voortplantingsorgaan bij de bloemplanten
8. traveling salesman
9. zoals een paling
10. aanhechtingsstructuur van de mossel
11. ... to ..., het begrip dat aangeeft dat elke afvalstroom in de industrie weer tot een nieuw product moet leiden
12. larvaal stadium van de paling
14. gekke-koeienziekte
17. tak van de wetenschap die met computertoepassingen vragen uit de moleculaire biologie oplost
20. eiwit waaruit microtubuli zijn opgebouwd
21. biologische eigenschap gecodeerd in DNA
23. prik
24. intern dynamisch evenwicht in biosystemen
25. Janine ..., gedreven voorvechtster van biomimicry

Verticaal

1. eencellig wier dat rondom zich een siliciumschaaltje vormt
3. door hun specifieke eigenschappen vormen biologische eenheden spontaan een complexere structuur
4. hormoon dat door de pancreas wordt aangemaakt
6. vele onderdeeltjes maken een slim groot geheel
13. Japanse hogesnelheidstrein die op een ijsvogel lijkt
15. biomimicrytoepassingen in de elektronica
16. biologische nabootsing van kleuren en vormen bij wijze van camouflage
18. haalbaarheid van een oplossing voor een specifiek probleem
19. meest elastisch eiwit ter wereld
22. zweepstaart



Zelf op onderzoek uit

1. Ga op wandel in de natuur: naar een ongerept bos of een vijver met kikkers. Noteer drie zaken die je mooi, opvallend, interessant, … vindt. Maak schetsen, meet eventueel een aantal eigenschappen op, ... Leg ook uit waarom je net die drie keuzes hebt gemaakt.
2. Voor stadsscholen en –klassen: loop rond in de stad en kijk naar hoe de natuur zich tussen de straattegels en rond de gebouwen manifesteert. Hoe past het leven zich aan het stadsmilieu aan ? Waarom kiest het voor die methode ? Kan je die oplossingen ook gebruiken, bv. in en om je huis, om een bepaald probleem op te lossen ? Gebruik de Biomimicry Taxonomy als hulp.
3. Dat kunnen we nu ook omdraaien. Beschrijf een probleem waarmee je thuis geconfronteerd wordt. Hoe lost de natuur dit op ? Kan je die oplossing ook thuis gebruiken ? Waarom wel of niet ? Gebruik de Biomimicry Taxonomy als hulp.
4. Haal een oud huishoudapparaat uit mekaar en probeer van elk onderdeel te begrijpen waar het voor dient. Zoek naar voorbeelden van hoe de natuur diezelfde actie onderneemt, en overweeg of de natuurlijke manier al dan niet beter is dan de menselijke. Welke manier is bv. het meest ecologische ? Wat kost het minst ?
5. Oefening in vreemde talen (Engels): bekijk deze video en haal er vijf goede voorbeelden van biomimicry uit. http://www.youtube.com/watch?v=k_GFq12w5WU

Biomimicry Taxonomy: http://www.asknature.org/article/view/biomimicry_taxonomy

En omdat we echt niet elke keer het warm water moeten heruitvinden (leren van anderen is nu net het centrale element in biomimicry):

http://ben.biomimicry.net/curricula-and-resources/youth-curricula/nature-inspired-chemistry-concrete-without-quarries-high-school/

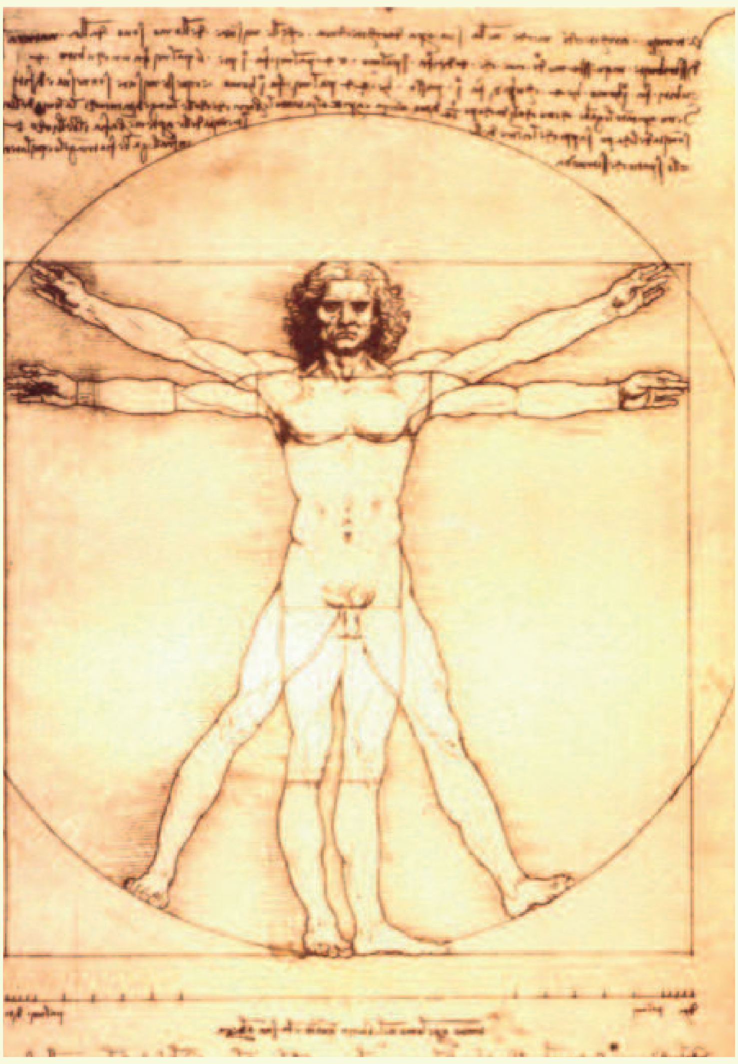
http://ben.biomimicry.net/curricula-and-resources/youth-curricula/biomimicry-shelter-lesson-plan/

http://students.egfi-k12.org/student-invents-solar-tree/

http://cias.rit.edu/media/uploads/faculty-s-projects/704/documents/52/graphic-design-biomimicry-book.pdf

UITSMIJTER: Ook de natuur kan niet zonder wiskunde

Een eerste zaak die opvalt, is dat de natuur heel wat wiskundige concepten in de praktijk brengt. Wellicht het bekendste voorbeeld is de Vitruvische man – de tekening van Leonardo da Vinci waarin een menselijk lichaam zowel door een vierkant als een cirkel omschreven kan worden. Maar er schuilt nog een pak meer wiskunde tussen hemel en aarde...



De Vitruvische man van Leonardo da Vinci. Interessante vraag: hoe ver wijkt het echte menselijke lichaam (dat van de leerlingen in de klas) af van dit renaissance-ideaal ?

Perfect natuurlijke maten

Een eerste natuurlijke maat is de gulden snede. Dit is in essentie een wiskundig getal, dat in eerste instantie de verhouding weergeeft tussen de lengte van twee lijnstukken a en b

waarvoor geldt dat

$$ab=ba+b$$

De gulden snede, a/b, wordt ook aangeduid met de Griekse letter phi (φ). Geliujkaardige verhoudingen vinden we ook inhet pentagram hieronder:

Met φ = a/b wordt dit:

$$\varphi=1+ 1\varphi$$

wat hetzelfde is als de tweedemachtsvergelijking

$$\varphi 2-\varphi-1=0$$

met als oplossingen

$$\varphi=1\pm 52$$

En vervangen we in de vergelijking $\varphi = 1 + 1/\varphi$ de φ in het rechterlid weer door $1 + 1/\varphi$, dan krijgen we:

$$\varphi=1+11+11+11+11+1\cdots$$

Kunstliefhebbers en amateurfotografen zijn wellicht al langer vertrouwd met de gulden snede als de ideale verhouding tussen verschillende onderdelen van een kunstwerk of een geslaagde foto. Salvador Dali ging bijvoorbeeld bewust aan de slag met gulden verhoudingen. Nochtans werd de gulden snede voor de negentiende eeuw nergens in verband gebracht met de kunsten, ideale vormen of ideale verhoudingen.

De eerste geschreven definitie van wat we nu als gulden snede benoemen komt – hoe kan het ook anders – uit de Elementen van Euclides (Boek VI, definitie 3): “Een recht lijnstuk is gesneden volgens de extreme en gemiddelde verhouding (n.v.d.r. de gulden snede) wanneer de verhouding tussen het hele lijnstuk en het grootste deel gelijk is aan die tussen het grootste en het kleinste deel.” De benaming extreme en gemiddelde verhouding blijft nog eeuwen in zwang. In 1509 wijdt de Italiaanse wiskundige Luca Pacioli een volledig boek aan de gulden snede: De divina proportione, Over de goddelijke verhouding. Niet veel later, in 1597, berekent Michael Mestlin`, wiskundige aan de Universiteit van Tübingen voor het eerst een decimale benadering van 1/φ. De term gulden snede zelf ziet pas het licht in 1830 en is van de hand van de Duitser Marthin Ohm.

Vanaf toen ging men verder dan louter de wiskunde. De Duitser Adolf Zeising haalt in zijn boek Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers (1854) aan dat het ideale menselijke lichaam volledig volgens de guldensnedeverhouding is opgebouwd. Ook de beelden die Phidias maakte in het Parthenon worden door sommigen in verband gebracht met de gulden snede – wat meteen leidde tot het gebruik van het symbool φ, de initiaal van Phidias.

Logaritmische spiraal en gulden snede

Een logaritmische spiraal is een meetkundige figuur waarbij de afstand tot de oorsprong met eenzelfde factor wordt vermenigvuldigd voor een welbepaalde draaihoek, of nog, in poolcoördinaten: de toename van de straal is evenredig met de voerstraal zelf, met als gevolg dat de straal een exponentiële functie van de hoek is:

$$dr d\theta = b \cdot r$$

ofwel

$$r = a \cdot e b\theta$$

Wanneer dan ook nog eens geldt bij $\theta=\pi/2$ rad , dat

$$e b\theta = \varphi$$

of

$$b = \ln \varphi \pi/2 = 0.306349$$

m.a.w., als parameter b gelijk is aan de verhouding tussen de natuurlijke logaritme van de gulden snede en een rechte hoek, dan spreken we van een gulden spiraal.

Soms zijn wetenschappers in hun enthousiasme te snel, en zien ze allerlei verhoudingen waar die er niet zijn. Een schoolvoorbeeld van de gulden snede in de natuur was tot op de dag van heden de schelp van de nautilus. Nautilussen behoren tot de inktvissen (Klasse Cephalopoda). Ze vormen een opgewonden schelp, en hebben een prominent hoofd met tot negentig tentakels (zonder zuignappen zoals bij de octopus). Naarmate het dier groeit, sluit het regelmatig de oudere delen van de schelp af, en vormt een nieuwe, grotere leefkamer. De schelp van volwassen dieren kan tot dertig van dergelijke kamers bevatten. Snijdt men deze schelp middendoor zoals op de figuur te zien, dan zijn de verschillende kamers zichtbaar. Volgens velen volgt dit patroon een logaritmische spiraal, zelfs een gulden spiraal.

Nautilus

Nautilusschelp

Clement Falbo mat in 1999 echter een groot aantal nautilusschelpen op, en kwam tot de vaststelling dat de bejubelde gulden spiralen niet te vinden waren. De opgemeten verhoudingen lagen tussen 1,24 en 1,43 en niet 1,618... – of, zoals de onderzoeker zelf stelde: “Een schelp die de gulden snede zelfs nog maar op 2% na zou benaderen, zou eerder een rariteit zijn.” Of hoe wat iedereen gelooft, daarom nog niet waar is.

Knutselen met konijnen: Fibonacci-getallen

Hoe snel kweken konijnen onder ideale omstandigheden ? Dat was de vraag die de Italiaanse wiskundige Leonardo Fibonacci zich stelde bij het begin van de dertiende eeuw.

Het eigenlijke vraagstuk bevat nog enkele randvoorwaarden en aannames: Om te beginnen vertrekken we van een pasgeboren koppeltje. Na één maand is dit geslachtsrijp ; na nog één maand komt er dan een nieuw konijnenkoppel bij. Daarnaast nemen we aan dat de konijnen nooit doodgaan, en dat er telkens een koppeltje geboren wordt van één rammelaar (mannetje) en één voedster (wijfje). Hoeveel paren zijn er dan na een jaar ?

- Na één maand paart het originele koppel. Er is nog steeds slechts 1 paar.
- Na de tweede maand is een tweede koppel geboren. Er zijn nu twee paren. Het originele koppel paart opnieuw.
- Na drie maanden werpt het originele wijfje opnieuw. Het tweede koppel paart. Er zijn nu drie koppels.
- Na vier maanden werpen de wijfjes van koppels 1 en 2. Deze koppels en koppel 3 paren. Er zijn nu 5 koppels.
- Na vijf maanden werpen de wijfjes van koppels 1, 2 en 3. Ze paren opnieuw, samen met de koppels die vorige maand geboren werden. Er zijn nu 8 koppels.

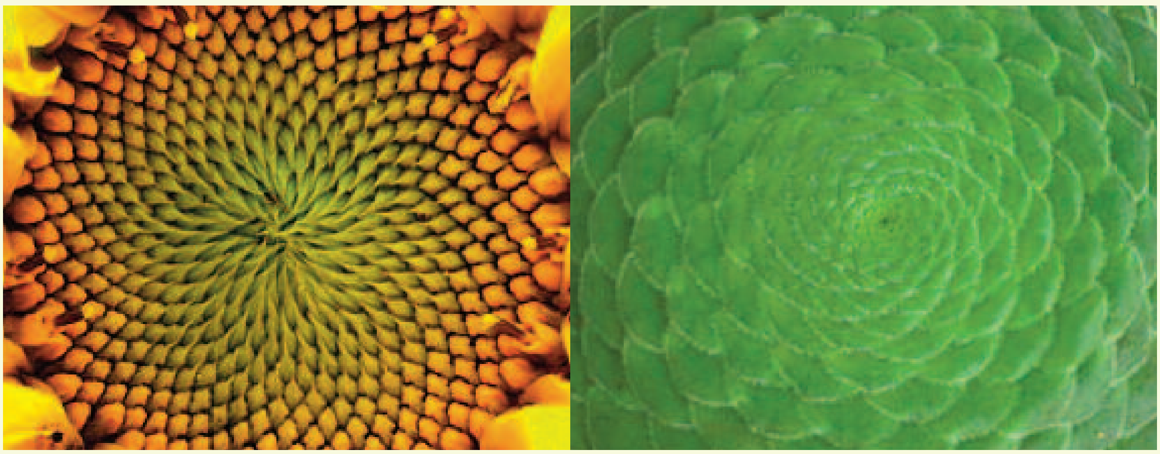
Dit kan nog even doorgaan, en we komen dan uit bij de volgende rij: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, …, de zogenaamde Fibonacci-getallen. Hierbij is elk getal de som van de twee vorige (en zijn de eerste twee elementen in de rij gelijk aan 1). Dat is echter niet alles. Als we de verhouding nemen tussen twee opeenvolgende Fibonaccigetallen, en we nemen hiervan de limiet, dan komen we uit op... jawel, 1/φ !

Reken maar na:

fn	fn+1		1/ϕ	ϕ
1	1	1/1=	1	1
1	2	1/2=	0.5	2
2	3	2/3=	0.666666667	1.5
3	5	3/5=	0.6	1.666667
5	8	5/8=	0.625	1.6
8	13	8/13=	0.615384615	1.625
13	21	…	0.619047619	1.615385
21	34		0.617647059	1.619048
34	55		0.618181818	1.617647
55	89		0.617977528	1.618182
89	144		0.618055556	1.617978
144	233		0.618025751	1.618056
233	377		0.618037135	1.618026
377	610		0.618032787	1.618037
610	987		0.618034448	1.618033
987	1597		0.618033813	1.618034
1597	2584		0.618034056	1.618034
2584	4181		0.618033963	1.618034
4181	6765		0.618033999	1.618034
6765	10946		0.618033985	1.618034
10946	17711		0.61803399	1.618034
17711	28657		0.618033988	1.618034
28657	46368		0.618033989	1.618034
46368	75025		0.618033989	1.618034

Meetkunde in de vrije natuur

Fibonacci-getallen beschrijven heel wat meer dan enkel het kweken van en door konijnen. Een onverwachte plaats om Fibonacci-getallen tegen te komen zijn bijvoorbeeld bladeren en bloemen. Kijken we bijvoorbeeld naar de onderlinge stand van de schubben van een dennenappel. Deze schubben staan geordend in spiralen: een bepaald aantal in de ene richting; en een bepaald aantal in de andere richting. Deze spiralen verschillen niet veel van die van een gouden spiraal. De getallen 8 en 13 zijn twee opeenvolgende elementen van de Fibonaccirij. Een soortgelijk verschijnsel treedt op bij de deelbloemen van zonnebloemen, ditmaal met de paren van gehele getallen (21,34), (34,55) en (55, 89). Elk van deze paren komt overeen met twee opeenvolgende gehele getallen van de Fibonaccirij.



Meten we de positie van de bladeren in verspreide bladstand, dan ontdekken we dat opeenvolgende bladeren ten opzichte van mekaar draaien in een hoek van 137,5°. In verhouding tot de hele cirkel geldt dan dat

$137{,}5°360°-137{,}5°=\phi$

Juist, ja. De gulden snede.

Een echt goeie verklaring waarom φ hier opduikt, heeft nog niemand echt gegeven.

Opdracht: Meet de hoek tussen opeenvolgende bladeren bij planten met verspreide bladstand en controleer bovenstaande formule. Onderzoek dit ook voor de schubben van een dennenappel en bekijk zelf ook eens de zonnebloem.